G. Faber

Januar

Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31										

Faber-Polynome

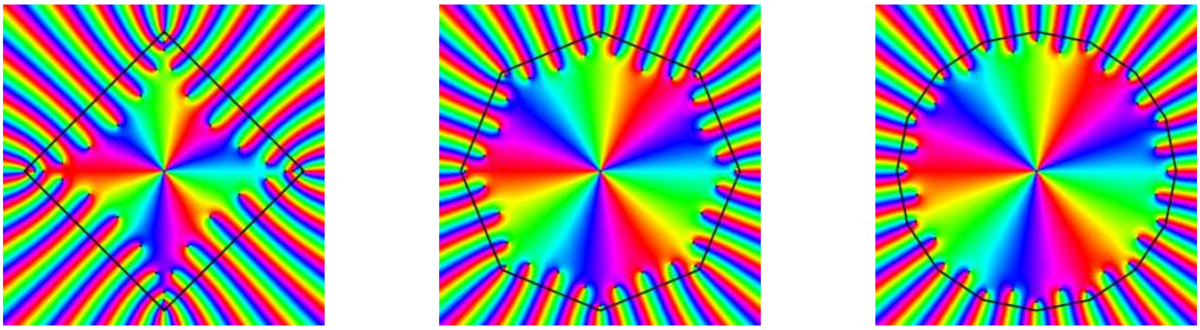
Um 1900 interessierte man sich stark für Approximationsprobleme mit komplexen Funktionen. Runge hatte 1885 unter anderem bewiesen, dass jede Funktion, die auf einer kompakten Menge E mit zusammenhängendem Komplement analytisch ist, auf E gleichmäßig durch Polynome approximiert werden kann (Complex Beauties Dezember 2014). Danach entstand die Frage, ob solche Approximationen auch durch spezielle Reihenentwicklungen möglich sind: Gibt es zur Menge E eine Folge von Polynomen $p_1, p_2, \ldots$, so dass jede auf E analytische Funktion f in eine Reihe

$$f(z) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k p_k(z), \qquad z \in E,$$

mit komplexen Koeffizienten a_k entwickelt werden kann?

Georg Faber veröffentlichte 1903 eine Arbeit mit einer eleganten und konstruktiven Lösung dieses Problems, falls das Komplement $\widehat{\mathbb{C}} \setminus E$ von E auf der Zahlenkugel $\widehat{\mathbb{C}}$ einfach zusammenhängend ist: Nach dem Riemannschen Abbildungssatz gibt es eine konforme Abbildung φ von $\widehat{\mathbb{C}} \setminus E$ auf das Komplement der abgeschlossenen Einheitskreisscheibe. Diese kann im Unendlichen so normalisiert werden, dass $\varphi(z) = c\,z + \psi(z)$ gilt, wobei c eine positive Konstante und ψ eine beschränkte Funktion ist. Die n-te Potenz von φ ist dann Summe eines Polynoms p_n und einer im Unendlichen verschwindenden Funktion. Faber konnte beweisen, dass die so konstruierte Folge der *Faber-Polynome* p_n die gewünschte Approximationseigenschaft besitzt.

Die Faber-Polynome des Intervalls $[-1, 1]$ sind gerade die *Tschebyschow-Polynome* (Complex Beauties Januar 2016). Die drei unteren Phasenportraits illustrieren beispielhaft, wie die Faber-Polynome vom Grad 35 von der Form der (schwarz umrandeten) Menge E abhängen.



Die effektive Berechnung von Faber-Polynomen ist bis heute ein aktiver Forschungsgegenstand. Das Titelbild dieses Monats zeigt das Polynom p_{36} für ein auf der Spitze stehendes Quadrat. Alle Berechnungen erfolgten mit der Schwarz-Christoffel Toolbox für MATLAB.

Georg Faber (1877 – 1966)

wurde in Kaiserslautern als Sohn eines Kaufmanns geboren. Er studierte Mathematik und Physik in Göttingen und München, wo er 1902 promoviert wurde. Nach einigen Jahren als Gymnasiallehrer habilitierte er sich an der Technischen Hochschule Karlsruhe. Nach Positionen in Karlsruhe, Tübingen, Stuttgart, Königsberg und Straßburg wurde er 1916 zum ordentlichen Professor an der Technischen Hochschule München berufen, wo er bis zu seiner Emeritierung 30 Jahre lang wirkte. Nach dem Ende des Zweiten Weltkriegs wurde Faber in seinem letzten Jahr an der TH München von der Militärregierung zum Rektor bestellt und mit der Reorganisation der Lehre beauftragt.

Fabers wissenschaftlicher Schwerpunkt war die Funktionentheorie; er forschte insbesondere über Polynomapproximation, Interpolation und konforme Abbildungen. Faber wirkte an der Herausgabe der gesammelten Werke von Euler und Christoffel mit und überarbeitete und erweiterte das dreibändige Lehrbuch der Funktionentheorie seines Vorgängers H. Burkhardt in München. 1956 wurde ihm das Bundesverdienstkreuz und 1959 der Bayerische Verdienstorden verliehen.

J.H. Curtiss, Faber Polynomials and the Faber Series. *The American Mathematical Monthly,* 78-6 (1971) pp. 577–596. Tobin A. Driscoll, *Schwarz-Christoffel Toolbox for MATLAB.* Karl-Heinz Böttcher, Bertram Maurer, *Stuttgarter Mathematiker.* Univ. Stuttgart, 2008. Nachrufe auf Akademiemitglieder. `http://badw.de/gelehrtengemeinschaft/nachrufe.html`