

Klausur Gewöhnliche Differentialgleichungen für Naturwissenschaftler

4. März 2014

1. Lösen Sie das Anfangswertproblem für die Ähnlichkeitsdifferentialgleichung

$$tx' = x - t - te^{-x/t}, \quad x(1) = 0.$$

Was ist das maximale Existenzintervall der Lösung?

2. Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$x'(t) = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 15e^t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des zugehörigen homogenen Systems.
(b) Ermitteln Sie nun die allgemeine Lösung des inhomogenen Systems mittels Variation der Konstanten.
3. Man löse folgende Anfangswertaufgabe mit Hilfe der Laplacetransformation:

$$x'' + 2x' + 2x = 3 \sin t + \cos t, \quad x(0) = -1, \quad x'(0) = 0.$$