

## Algorithmen und Datenstrukturen

Wintersemester 2005/06

### 3. Übungsblatt

**Aufgabe 10:**

Liegt die Funktion  $f(n) = 2^{n+1}$  in  $O(2^n)$  ? Liegt die Funktion  $g(n) = 2^{2n}$  in  $O(2^n)$  ?

**Aufgabe 11:**

Gegeben sei folgende Aufzählung von 30 Funktionen.

$\log_2(\log_2^* n)$	$2^{\log_2^* n}$	$\sqrt{2}^{\log_2 n}$	$n^2$	$n!$	$(\log_2 n)!$
$\left(\frac{3}{2}\right)^n$	$n^3$	$\log_2^2 n$	$\log_2(n!)$	$2^{2^n}$	$n^{1/\log_2 n}$
$\log \log n$	$\log_2^* n$	$n2^n$	$n^{\log_2 \log_2 n}$	$\log n$	1
$2^{\log_2 n}$	$(\log_2 n)^{\log_2 n}$	$e^n$	$4^{\log_2 n}$	$(n+1)!$	$\sqrt{\log_2 n}$
$\log_2^*(\log_2 n)$	$2^{\sqrt{2 \log_2 n}}$	$n$	$2^n$	$n \log_2 n$	$2^{2^{n+1}}$

Ordnen Sie diese absteigend nach Wachstumsordnung, d.h. finden Sie eine Ordnung  $f_1, \dots, f_{30}$  mit  $f_k = \Omega(f_{k+1})$  ( $k = 1, \dots, 29$ ). Zerlegen Sie Ihre Liste in Äquivalenzklassen so, dass zwei Funktionen  $f$  und  $g$  genau dann äquivalent sind, wenn  $f = \Theta(g)$ .

**Aufgabe 12:**

Leiten Sie mit Hilfe eines Rekursionsbaumes asymptotisch enge Schranken für die Rekursion  $T(n) = T(\alpha n) + T((1 - \alpha)n) + cn$  her, wobei  $\alpha \in (0, 1)$  und  $c > 0$  Konstanten sind.

**Aufgabe 13:**

Geben Sie asymptotische (untere und obere) Schranken an für die Rekursion  $T(n) = 16T(n/4) + n^2$ .

**Aufgabe 14:** (Programmieraufgabe)

Bestimmen Sie durch Ausprobieren, ab welchem Wert von  $n$  Ihr Merge-Sort Programm ein Feld mit  $n$  Elementen schneller sortiert als Ihr Insertion-Sort Programm. Nehmen

Sie als nächstes als Eingabe aufsteigend sortierte Folgen der Länge  $n$  für verschiedene Werte von  $n$ . (Es reicht aus, einfach die Zahlen von 1 bis  $n$  zu nehmen.) Prüfen Sie, ob für diese Eingaben Insertion-Sort, mit einer asymptotischen Laufzeit von  $\Theta(n)$  im günstigsten Fall, in Ihren Versuchen auch tatsächlich stets schneller ist als Merge-Sort.