

Algorithmen und Datenstrukturen

Wintersemester 2003/04

Klausur

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Studiengang:

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
Punkte					

Hinweis: Es wird noch einmal betont, dass bei den eingereichten Lösungen stets der Lösungsweg erkennbar sein muss und dass die Antworten schlüssig zu begründen sind.

Aufgabe 1: (2 + 2 + 2 Punkte)

Geben Sie möglichst scharfe asymptotische obere und untere Schranken an für die durch unten stehende Rekursionen definierten Funktionen $T = T(n)$. Nehmen Sie an, $T(n)$ sei konstant für $n \leq 2$. Begründen Sie ihre Lösungen.

(a) $T(n) = T(9n/10) + n$.

(b) $T(n) = 7T(n/2) + n^2$.

(c) $T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$.

Aufgabe 2: (1 + 1 + 1 + 1 + 1 Punkte)

Ein binärer Suchbaum enthalte Elemente mit Zahlen zwischen 1 und 1000 als Schlüssel. Darin soll der Schlüssel 363 gesucht werden. Welche der untenstehenden Zahlenfolgen können **nicht** als Folge der bei der Suche im Baum besuchten Knoten auftreten ?

- (a) 2, 252, 401, 398, 330, 344, 397, 363
- (b) 924, 220, 911, 244, 898, 258, 362, 363
- (c) 925, 202, 911, 240, 912, 245, 363
- (d) 2, 399, 387, 219, 266, 382, 381, 278, 363
- (e) 935, 278, 347, 621, 299, 392, 358, 363

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Beschreiben Sie die Implementierung einer QUEUE mit Hilfe zweier STACKS, indem Sie deren Grundoperationen ENQUEUE und DEQUEUE auf die STACK-Grundoperationen zurückführen.

Aufgabe 4: (2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

Beim Sortierverfahren BUBBLESORT werden solange benachbarte Elemente einer Zahlenfolge vertauscht bis die Folge sortiert ist.

BUBBLE-SORT(A)

```
1 for  $i \leftarrow 1$  to  $length[A]$ 
2   do for  $j \leftarrow length[A]$  downto  $i + 1$ 
3     do if  $A[j] < A[j - 1]$ 
4       then vertausche  $A[j]$  mit  $A[j - 1]$ 
```

Sei A' die durch BUBBLESORT erzeugte Ausgabefolge. Für den Korrektheitsbeweis von BUBBLESORT muss gezeigt werden, dass der Algorithmus terminiert, dass die Elemente von A' eine Permutation der Elemente von A bilden und dass mit $n = length[A]$ gilt

$$A'[1] \leq A'[2] \leq \dots \leq A'[n]. \quad (1)$$

- (a) Zeigen Sie, dass der Algorithmus terminiert und dass A' eine Permutation von A darstellt.
- (b) Formulieren Sie eine Schleifeninvariante für die **for**-Schleife in Zeilen 2–4.
- (c) Formulieren Sie mit Hilfe der Abbruchbedingung Ihrer Schleifeninvarianten aus (b) wiederum eine Schleifeninvariante für die **for**-Schleife in Zeilen 1–4, mit Hilfe derer die Ungleichung (1) folgt.
- (d) Bestimmen Sie die Worst-Case-Laufzeit von BUBBLE-SORT und vergleichen Sie diese mit der von INSERTION-SORT.