

# Algorithmische Graphentheorie I (WS 11/12)

## Hausübung 1 - Musterlösung

„I don't quite hear what you say, but I beg to differ entirely with you.“  
(Augustus de Morgan)

### Lösung 1

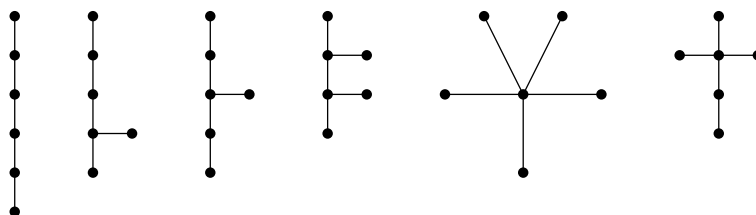
- (a) Angenommen  $G$  enthalte keinen isolierten Knoten und keinen Knoten von Grad 1. Dann ist  $d(v) \geq 2$  für alle Knoten  $v$  von  $G$ . Das Handschlaglemma liefert nun aber

$$\sum_{v \in V(G)} d(v) \geq 2 \cdot n > 2(n-1) = 2 \cdot n - 2,$$

ein Widerspruch.

- (b) Modellieren wir das Problem als Graph, dann stellt jede Person einen Knoten dar und eine Kante wird genau dann zwischen zwei Knoten gezeichnet, wenn sich die zugehörigen Personen kennen. Dann hätte aber eine ungerade Anzahl an Knoten ungeraden grad, was nach Handschlaglemma nicht möglich ist.

### Lösung 2



### Lösung 3

Wählt man z.B. Dijkstra als Lösungsalgorithmus, dann wäre dies ein möglicher Ablauf:

hinzugefügte Kante $e$	neuer kürzester Weg	erreichte Knoten
$eg$ (4)	$e - g$ (4)	$e, g$
$eh$ (4)	$e - h$ (4)	$e, g, h$
$ei$ (4)	$e - i$ (4)	$e, g, h, i$
$id$ (3)	$e - i - d$ (7)	$d, e, g, h, i$
$el$ (8)	$e - l$ (8)	$d, e, g, h, i, l$
$lf$ (2)	$e - l - f$ (10)	$d, e, f, g, h, i, l$
$ij$ (7)	$e - i - j$ (11)	$d, e, f, g, h, i, j, l$
$la$ (5)	$e - l - a$ (13)	$a, d, e, f, g, h, i, j, l$
$dk$ (7)	$e - i - d - k$ (14)	$a, d, e, f, g, h, i, j, k, l$
$fb$ (7)	$e - l - f - b$ (17)	$a, b, d, e, f, g, h, i, j, k, l$
$fc$ (9)	$e - l - f - c$ (19)	$a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l$

### Lösung 4

- (a) Die Graphen sind isomorph.  
 (b) Die Graphen sind nicht isomorph, da im rechten Graphen die Knoten mit Grad 5 adjazent sind, im linken Graphen jedoch nicht.  
 (c) Die Graphen sind isomorph.  
 (d) Die Graphen sind isomorph.