

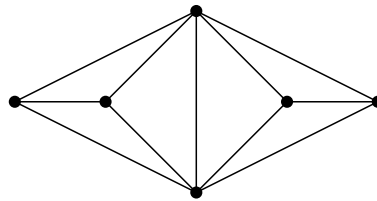
# Algorithmische Graphentheorie I (WS 11/12)

## Hausübung 2 - Bäume und andere spannende Dinge

*„The trouble with computers, of course, is that they're very sophisticated idiots.“*  
(The Doctor in Robot)

### Aufgabe 1

Man berechne mit Hilfe der Zerlegungsformel **und** dem Matrix-Gerüst-Satz die Anzahl der Gerüste in folgendem Graphen:



### Aufgabe 2

In einem Gebirge gibt es 7 Dörfer. Die Kosten zwischen Dorf  $i$  und  $j$  eine Straße zu bauen entsprechen dem Eintrag  $a_{ij}$  in der Matrix  $A$ . Ein  $\infty$  bedeutet, dass der Bau einer Straße durch die örtlichen Gegebenheiten ökonomisch nicht sinnvoll wäre. Berechnen Sie die Mindestkosten für ein Straßensystem, in dem alle Dörfer untereinander erreichbar sind.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 10 & \infty & 14 & \infty & 20 \\ 12 & 0 & 12 & 10 & 6 & \infty & \infty \\ 10 & 12 & 0 & 4 & \infty & \infty & 7 \\ \infty & 10 & 4 & 0 & \infty & 6 & \infty \\ 14 & 6 & \infty & \infty & 0 & 6 & 8 \\ \infty & \infty & \infty & 6 & 6 & 0 & 4 \\ 20 & \infty & 7 & \infty & 8 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 3

Es sei  $G$  ein schlichter Graph, zusammenhängender Graph mit  $n$  Knoten,  $m$  Kanten und Minimalgrad  $\delta(G) \geq 2$ . Besitzt  $G$  eine Brücke (d.h. eine Kante, nach deren Entfernen der Graph zerfällt), so zeige man die Ungleichung

$$2m \leq (n-3)(n-4) + 8.$$

### Aufgabe 4

Man bestimme alle schlichten, nicht isomorphen Graphen  $G = (E, V)$  mit  $n = 12$  Knoten und den drei (nicht leeren) Komponenten  $G_1$ ,  $G_2$  und  $G_3$ , für die gilt:

$G_1$  ist 3-regulär

$G_2$  besitzt genau zwei Brücken

$G_3$  enthält doppelt so viele Kanten wie Knoten.