

Algorithmische Graphentheorie I (WS 11/12)

Hausübung 3 - Das ist das Haus vom Nikolaus...

„Zu denen, die fragen, was die unendlich kleine Quantität in der Mathematik ist, beantworten wir, daß sie wirklich null ist. Folglich gibt es nicht also viele Geheimnisse, die in diesem Konzept versteckt werden, während sie normalerweise geglaubt werden, um zu sein.“

(Leonhard Euler)

Aufgabe 1

- (a) Man zeige, dass ein eulerscher Graph keine Brücke besitzen kann.
- (b) Besitzt jeder eulersche, bipartite Graph eine gerade Anzahl von Kanten?

Aufgabe 2

Das letzte vereinsinterne Tischtennisturnier musste leider wegen Regen unterbrochen werden. Leider wurden deswegen noch nicht alle Partien ausgetragen. In der nachfolgenden Tabelle kann man anhand von Nullen (Partie bereits gespielt) und Einsen ablesen, welche Begegnungen noch ausstehen.

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	0	1	1	0	0	0
B	0	-	0	1	1	1	1
C	1	0	-	1	1	1	0
D	1	1	1	-	0	1	0
E	0	1	1	0	-	0	1
F	0	1	1	1	0	-	0
G	0	1	0	0	1	0	-

Bei der Spielansetzung für die Fortführung des Turniers hat sich der Verantwortliche nun Folgendes überlegt: Nach jeder Partie soll nur jeweils einer der beiden Konkurrenten die Platte verlassen und gegen einen neuen Spieler ersetzt werden. Dennoch soll niemand drei Spiele hintereinander bestreiten müssen. Ist dies bei den noch offenen Spielen möglich? (Begründung!) Wenn ja, wie könnte eine solche Spielansetzung aussehen?

Aufgabe 3

Es sei G ein zusammenhängender Graph mit genau einem Knoten maximalen Grades und

$$\delta(G) \geq 2, \Delta(G) = 4, \mu(G) = m(G) - n(G) + \omega'(G) = 3.$$

(Bemerkung: $\mu(G)$ heißt die *zyklomatische Zahl* von G .)

- (a) Man bestimme die Anzahl der Knoten mit Knotengrad 3 in G .
- (b) Man gebe einen schlichten Graphen G mit minimaler Ordnung $n(G)$ an.
- (c) Man konstruiere alle schlichten, nicht isomorphen Graphen G der Ordnung $n(G) = 6$, die genau ein Dreieck enthalten.

Aufgabe 4

Man zeige folgende Aussage: Ist der Graph G zusammenhängend mit $m \geq 1$ Kanten, dann existiert in G stets eine geschlossene Kantenfolge F , so dass jede Kante $e \in E(G)$ genau zweimal in F enthalten ist.
