

# Kombinatorik - Hausübung 1 (WS 11/12)

## Verzählt und hinzugenommen

*„Never guess, unless you have to; there's enough uncertainty in the universe as it is.“*  
(The Doctor in Logopolis)

### Aufgabe 1

Man zeige folgende Aussagen:

- (a) Die Anzahl der Partitionen von  $n$  in  $k$  Summanden ist gleich der Anzahl der Partitionen von  $n + \binom{k}{2}$  in  $k$  verschiedene Summanden.
- (b) Die Anzahl der selbstadjungierten Partitionen von  $n$  ist gleich der Anzahl der Partitionen von  $n$  in paarweise verschiedene, ungerade Summanden. (Eine Partition der Zahl  $n$  heißt selbstadjungiert, falls der dazugehörige Ferrers-Graph symmetrisch bezüglich der Hauptdiagonalen ist.)

### Aufgabe 2

Ein Zoo möchte seinen Bestand um maximal 9 Arten erweitern. Als neue Bewohner kommen Antilopen, Büffel, Elefanten, Giraffen, Krokodile, Leoparden, Nilpferde, Tiger und Zebras in Frage.

- (a) Wieviele Wahlmöglichkeiten hat der Zoodirektor?
- (b) Für die Raubkatzen müsste ein extra Gehege gebaut werden, für die Wasserbewohner bräuchte man ein neues Aquarium. Wieviele Wahlmöglichkeiten hat der Zoodirektor, wenn der Zoo höchstens eines davon finanzieren kann?
- (c) Wieviele Wahlmöglichkeiten hat der Zoodirektor, wenn höchstens zwei der „Big Five“ hinzukommen sollen? („Big Five“ - Begriff aus Südafrika, steht für die fünf begehrtesten Großwildziele (früher Jäger, heute Photographen): Büffel, Elefant, Leopard, Löwe, Nashorn)

### Aufgabe 3

Man zeige den Binomischen Satz :

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$

### Aufgabe 4

- (a) Zeigen Sie die folgende Identität für die Partitionszahlen:

$$p(n, k) = \sum_{i=0}^k p(n - k, i).$$

- (b) Man beweise folgende Beziehung für die Stirling-Zahlen zweiter Art:

$$S(n + 1, k) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} S(i, k - 1).$$

---