

Kombinatorik - Hausübung 3 (WS 11/12)

Gibt's das auch in explizit?

„Truth is ever to be found in the simplicity, and not in the multiplicity and confusion of things.“

(Sir Isaac Newton)

Aufgabe 1

Man betrachte das Problem der *Türme von Hanoi*. Dabei sollen n verschieden große Platten von einem Stab A (der Größe nach geordnet, oben die kleinste Platte, unten die größte) unter Zuhilfenahme eines Stabes B auf einen Stab C versetzt werden, sodass die Platten dort wieder der Größe nach geordnet (oben die kleinste, unten die größte Platte) liegen. Es darf immer nur die oberste Scheibe eines Stabes versetzt werden. Außerdem darf stets nur eine kleinere auf eine andere Platte abgelegt werden.

- Man suche eine rekursive Bildungsvorschrift für die Anzahl h_n der Züge, die nötig sind um den Turm von A nach C zu bewegen.
- Man berechne die erzeugende Funktion $H(x)$ aus der rekursiven Folge von (a) und leite aus dieser eine explizite Bildungsvorschrift für die h_n her.

Aufgabe 2

Man zeige mittels erzeugender Funktionen die folgenden Aussagen:

- Die Anzahl der Partitionen der Zahl n , die ausschließlich aus nicht durch $q + 1$ teilbaren Summanden bestehen, ist gleich der Anzahl der Partitionen von n , in denen kein Summand häufiger als q -mal auftritt.
- Die Anzahl der Partition von n , in denen ungerade Summanden höchstens einmal vorkommen, ist gleich der Anzahl der Partitionen der Zahl n , in denen alle geraden Summanden durch vier teilbar sind.

Aufgabe 3

Man ermittle die Koeffizienten vor $a^4b^3c^2d$ in der Entwicklung von

$$(a + 3b - 4c + 2d)^{10}$$

ohne das Polynom auszumultiplizieren.
