

Vorbereitungsaufgaben 4.Serie

1. Zeigen Sie für den Fall $n = 3$, daß die Funktion $u = u(x)$ aus Satz 7.4 tatsächlich eine harmonische Funktion im Innern von $K_R(x_0)$ darstellt. Das können Sie beweisen durch formale Anwendung des Laplace-Operators auf die von x abhängigen Bestandteile des Integranden, d.h. durch Nachweis von $\Delta_x \left(\frac{R^2 - r^2}{r^3 y x} \right) = 0$.
2. Eine gegebene Funktion $u = u(r)$ hänge nur vom Polarabstand r ab. Was ergibt dann Δu ? Bestimmen Sie alle harmonischen Funktionen in $R^n \setminus 0$, die radialsymmetrisch sind, d.h. die nur vom Polarabstand r abhängen.
3. Überprüfen Sie, ob die Funktionen $f_1 = f_1(x, y) = x^2 - y^2$ und $f_2 = f_2(x, y) = \exp(x^2 - y^2) \cos(2xy)$ harmonische Funktionen sind. Wenn ja, weisen Sie für jede der Funktionen das Maximum-Minimumprinzip nach, wobei diese jetzt nur im Abschluß der Kreisscheibe mit dem Radius 1 um den Ursprung definiert sein sollen.

Alle Kommilitonen geben bis zum 19.06.03 genau eine Aufgabe ihrer Wahl ab.