7.Übung Differentialgleichungen
Vorbereitungsaufgaben

1. Betrachten wir erneut die Schwingungsdifferentialgleichung

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \mu^2 x = 0$$

mit Parametern $\delta > 0$ und $\mu > 0$.

(a) Durch Einführen der zweiten Variablen $v := \dot{x}$ transformieren wir auf ein autonomes System erster Ordnung.

Begründe, daß 0 der einzige stationäre Punkt dieses Systems ist.

(b) Man bestimme die Art des stationären Punktes. Dazu berechne man die Eigenwerte der Koeffizientenmatrix. (Linearisieren können wir uns sparen, das System ist linear.)

(c) Man skizziere im Falle reeller Eigenwerte die Eigenunterräume (Eigenvektoren) und zugehörigen Eigenlösungen in einem Phasenraumbild.

Wie sieht die allgemeine Lösung im Phasendiagramm (in etwa) aus? (Und wie findet man das raus ohne es *auszurechnen*?

2. Betrachten wir als zweites Beispiel das mathematische Pendel

$$\ddot{\phi} + 2\delta\dot{\phi} + \mu^2 \sin\phi = 0.$$

Durch Einführung von $\psi := \dot{\phi}$ schreibe man diese Differentialgleichung als System erster Ordnung. Welche Punkte sind stationär, welche Lösungen gehören dazu?

3. In der Übung wird als drittes Beispiel die van-der-Polsche Gleichung

$$\ddot{x} + \mu(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0$$

betrachtet. Wie lautet die Systemform und welche stationären Punkte gibt es?