Berechnung inverser Matrizen

Die (n,n)-Matrix A sei **regulär**, dann ist $X = A^{-1}$
die *eindeutige* Lösung der Matrizengleichung $AX = E$.

$X = (\vec{x}_1\ \vec{x}_2\ \ldots\ \vec{x}_n)$
ist (n,n)-Matrix mit den Spalten $\vec{x}_i,\ i = 1,\ldots,n$,

$E = (\vec{e}_1\ \vec{e}_2\ \ldots\ \vec{e}_n)$
ist (n,n)-Einheitsmatrix mit den Spalten $\vec{e}_i,\ i = 1,\ldots,n$.

$AX = E$ entspricht $A(\vec{x}_1\ \vec{x}_2\ \ldots\ \vec{x}_n) = (\vec{e}_1\ \vec{e}_2\ \ldots\ \vec{e}_n)$,
also sind die Spalten der Inversen gerade die Lösungen der n linearen Gleichungssysteme $A\vec{x}_i = \vec{e}_i$, $i = 1,\ldots,n$.

Alle Systeme besitzen die gleiche Koeffizientenmatrix und lassen sich mit dem GAUSS-Algorithmus *simultan* lösen.

Bei regulärer (n,n)-Matrix A und gegebener (n,q)-Matrix B ist die (n,q)-Matrix $X = A^{-1}B$ die *eindeutige* Lösung der Matrizengleichung $AX = B$.

OHNE die Inverse A^{-1} *explizit* berechnen zu müssen, erhält man die Spalten von $X = (\vec{x}_1\ \vec{x}_2\ \ldots\ \vec{x}_q)$ durch *simultanes* Lösen der q linearen Gleichungssysteme
$A\vec{x}_i = \vec{b}_i$, $i = 1,\ldots,q$, wobei $B = (\vec{b}_1\ \vec{b}_2\ \ldots\ \vec{b}_q)$.