Tabelle der Grundintegrale ab SS 2010

Die in dieser Tabelle aufgeführten Grundintegrale (aus Platzgründen wurde dabei die Integrationskonstante weggelassen) sind in der Klausur *ohne weitere Herleitung* verwendbar.

Alle anderen in der Klausur auftretenden Integrale sind mit geeigneten Umformungen oder Integrationsmethoden herzuleiten.

$$\int a\,dx = ax$$

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \quad n \neq -1$$

$$\int e^x\,dx = e^x$$

$$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a}, \quad a > 0,\, a \neq 1$$

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x|, \quad x \neq 0$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x, \quad x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2}$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x, \quad x \neq k\pi$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{cases} \arcsin x \\ -\arccos x \end{cases}, \quad |x| < 1$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \begin{cases} \arctan x \\ -\operatorname{arccot} x \end{cases}$$

$$\int \sinh x\,dx = \cosh x$$

$$\int \cosh x\,dx = \sinh x$$

$$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \tanh x$$

$$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\coth x, \quad x \neq 0$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \operatorname{arsinh} x$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \begin{cases} \operatorname{arcosh} x, & x > 1 \\ -\operatorname{arcosh}(-x), & x < -1 \end{cases}$$

$$\int \frac{dx}{1-x^2} = \begin{cases} \operatorname{artanh} x, & |x| < 1 \\ \operatorname{arcoth} x, & |x| > 1 \end{cases}$$

Integrationsformeln, die ohne Herleitung verwendet werden dürfen:

$$\int f(ax+b)\,dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C \quad \text{mit } F'(x) = f(x) \quad \text{(lineare Substitution)}$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|f(x)| + C$$

$$\int f(x)\cdot f'(x)\,dx = \frac{1}{2}\,[f(x)]^2 + C$$

$$\int f'(x)\cdot g(x)\,dx = f(x)\cdot g(x) - \int f(x)\cdot g'(x)\,dx \quad \text{(partielle Integration)}$$

$$\int \frac{Ax+B}{x^2+px+q}\,dx = \frac{A}{2}\ln|x^2+px+q| + \frac{2B-Ap}{\sqrt{4q-p^2}}\arctan\left(\frac{2x+p}{\sqrt{4q-p^2}}\right) + C$$

mit $p^2 - 4q < 0$

$\displaystyle\int \frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^m}\,dx$ kann auf ein Integral $\displaystyle\int \frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^{m-1}}\,dx$ zurückgeführt werden, siehe Formelsammlungen

Wichtige Grenzwerte

Die folgenden Grenzwerte dürfen ohne Herleitung in der Klausur verwendet werden.

Grenzwerte von Zahlenfolgen:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$ für $a > 0$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n!} = \infty$
- $\lim\limits_{n\to\infty} a^n = \begin{cases} \text{ex. nicht} & \text{für } a \leq -1 \\ 0 & \text{für } -1 < a < 1 \\ 1 & \text{für } a = 1 \\ \infty & \text{für } a > 1 \end{cases}$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = e^a$

Grenzwerte von Funktionen:

- $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$
- $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = \lim\limits_{x\to 0} (1 + ax)^{\frac{1}{x}} = e^a$

Wichtige Reihen

Die folgenden Reihen dürfen ohne Nachweis der Konvergenzeigenschaften in der Klausur verwendet werden (z.B. als divergente Minorante oder konvergente Majorante) .

Reihen:

- *Harmonische Reihe:* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ist divergent

  allgemeiner: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ ist $\begin{cases} \text{konvergent} & \text{für } \alpha > 1 \\ \text{divergent} & \text{für } \alpha \leq 1 \end{cases}$

- *Geometrische Reihe:* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} q^n$ ist $\begin{cases} \text{konvergent} & \text{für } |q| < 1 \\ \text{divergent} & \text{für } |q| \geq 1 \end{cases}$

  und hat für $|q| < 1$ die Summe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$